## შეფასების სქემა

## ტესტი მათემატიკაში - დამატებითი სესია

**შენიშვნა.** ქვემოთ, შეფასების სქემის სტრუქტურული ერთეულის „ამოხსნის ეტაპები“-ს პუნქტ „პასუხი“ -ს ქვეშ გაიგება პასუხის დასაბუთებით მიღება.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ა | ბ | ბ | დ | დ | ა | ბ | გ | ბ | ა | გ | გ | ბ | გ | დ |

| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ა | გ | დ | დ | ბ | დ | გ | გ | დ | ა | ბ | ბ | ა | ა | დ |

| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| გ | ა | ა | ბ | ბ | გ | დ |

**(3) 38.**

იპოვეთ $\log_{0,5}(-x) > \log_{0,5}(12+2x)$ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე.

**ამოხსნა**

უტოლობაში შემავალი გამოსახულებები განსაზღვრულია მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როდესაც $\begin{cases} -x > 0 \\ 12+2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > -6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-6;\ 0)$.

თუ $x \in (-6;\ 0)$, ლოგარითმის მონოტონურობის თვისების გათვალისწინებით საწყისი უტოლობიდან ვღებულობთ $-x < 12+2x \Leftrightarrow 3x > -12 \Leftrightarrow x > -4$. ე.ი. საბოლოოდ ვღებულობთ: $x \in (-4;\ 0)$.

**პასუხი:** $(-4;\ 0)$.

**ამოხსნის ეტაპები**

ა) დაადგინა: $x \in (-6;\ 0)$;

ბ) დაწერა უტოლობა $-x < 12+2x$;

გ) დაადგინა: $x > -4$;

დ) პასუხი.

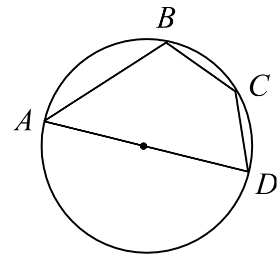
**შეფასების სქემა**

**1 ქულა** - ა; ან ბ.

**2 ქულა** - ბ, გ.

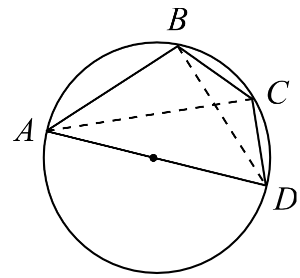
**3 ქულა** - ბ, გ, დ.

(3) 39.




$ABCD$ ოთხკუთხედის ოთხივე წვერო $AD$ დიამეტრის მქონე წრეწირზე მდებარეობს, ამასთან $AC = a$ და $BD = b$ (იხ. სურათი). იპოვეთ $ABC$ კუთხის სინუსი, თუ $AB$ და $BD$ რკალების სიგრძეები ტოლია.

**ამოხსნა**




რადგან $AB$ და $BD$ რკალების სიგრძეები ტოლია, ამიტომ მათი მომჭიმავი ქორდებიც ტოლია $AB = BD = b$. ე.ი. $ABD$ სამკუთხედი არის ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი, რადგან $AB = BD$ და $AD$ დიამეტრია. მაშასადამე, $\angle BAD = \angle ADB = 45°$. რადგან $ADB$ და $ACB$ კუთხეები $AB$ რკალს ეყრდნობა გვაქვს $\angle ADB = \angle ACB = 45°$.

სინუსების თეორემის თანახმად გვექნებქა $\dfrac{AB}{\sin 45°} = \dfrac{AC}{\sin\left(\angle ABC\right)}$ .

საბოლოოდ მივიღებთ $\sin\left(\angle ABC\right) = \dfrac{a}{b\sqrt{2}}$.

**პასუხი:** $\sin\left(\angle ABC\right) = \dfrac{a}{b\sqrt{2}}$.

**ამოხსნის ეტაპები**

ა) დაადგინა, რომ $\triangle ABD$ არის ტოლფერდა მართკუთხა სამკუთხედი;

ან $\angle CAD = \angle CBD$;

ბ) დაადგინა, რომ $\angle ACB = 45°$;

ან შენიშნა, რომ $\angle ABC = 90° + \angle CAD$;

ან იპოვა $CAD$ კუთხის სინუსი ან კოსინუსი (მაგ. $\cos(\angle CAD) = \dfrac{a}{b\sqrt{2}}$ );

გ) პასუხი.

**შეფასების სქემა**

**1 ქულა** - ა.

**2 ქულა** - ა, ბ.

**3 ქულა** - ა, ბ, გ.

(4) 40.

ლაბორატორიაში არის $25\%$ და $40\%$ კონცენტრაციის სპირტის ორი ხსნარი. რამდენი გრამი პირველი და რამდენი გრამი მეორე ხსნარის შერევის შედეგად მიიღება $500$ გრამი სპირტის ხსნარი, რომლის კონცენტრაციაც იქნება $30\%$?

ამოხსნა

ვთქვათ სასურველი კონცენტრაციის სპირტის ხსნარი მიიღება $x$ გრამი პირველი და $y$ გრამი მეორე ხსნარის შერევით. მაშინ, ცხადია $x+y=500$. პირველი ხსნარის $x$ გრამი და მეორე ხსნარის $y$ გრამი შესაბამისად შეიცავს $\frac{x}{4}$ გრამ და $\frac{2y}{5}$ გრამ სპირტს, ხოლო შერევის შედეგად მიღებული სპირტის ხსნარი კი - $500\cdot\frac{30}{100}=150$ გრამ სპირტს. ე. ი., $\frac{x}{4}+\frac{2y}{5}=150$. მივიღეთ განტოლებათა სისტემა:

$$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{x}{4}+\frac{2y}{5}=150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=500-x \\ \frac{x}{4}+\frac{2(500-x)}{5}=150 \end{cases} \Rightarrow 5x+4000-8x=3000 \Rightarrow x=\frac{1000}{3}.\ \ y=500-\frac{1000}{3}=\frac{500}{3}.$$

**პასუხი:** $\frac{1000}{3}$ გ., $\frac{500}{3}$ გ.

**ამოხსნის ეტაპები**

ა) შემოიტანა საჭირო ცვლადები და დაწერა $x+y=500$, $\frac{x}{4}+\frac{2y}{5}=150$, $x=2y$ განტოლებებიდან ერთ-ერთი;

ბ) დაწერა $x+y=500$, $\frac{x}{4}+\frac{2y}{5}=150$, $x=2y$ განტოლებებიდან რომელიმე ორი განტოლება;

გ) $x$-ის ან $y$-ის მიმართ მიიღო ერთი ცვლადის შემცველი განტოლება;

დ) პასუხი.

**შეფასების სქემა**

**1 ქულა** - ა.

**2 ქულა** - ბ.

**3 ქულა** - ბ, გ.

**4 ქულა** - ბ, გ, დ.

**შენიშვნა.** იმ შემთხვევაში, თუ აბიტურიენტმა გამოიცნო პასუხი და შეამოწმა, რომ ის აკმაყოფილებს ამოცანის პირობებს, იწერება 2 ქულა.

**(4) 41.**

წრეწირის სიგრძისა და კვადრატის პერიმეტრის ჯამი $a$ სმ-ის ტოლია. ამ პირობის დამაკმაყოფილებელ წრეწირისა და კვადრატის ყველა წყვილისათვის განიხილეს წრეწირით შემოსაზღვრული წრის ფართობის და კვადრატის ფართობის ჯამი. რის ტოლი უნდა იყოს წრეწირის რადიუსი, რომ ფართობების ეს ჯამი იღებდეს უმცირეს მნიშვნელობას? $a$-ს რა ნაწილია ამ წრეწირის სიგრძე?

ამოხსნა

ვთქვათ წრეწირის რადიუსი $r$-ის ტოლია, მაშინ კვადრატის გვერდი ტოლია $\frac{a-2\pi r}{4}$. შესაბამისი წრის ფართობისა და კვადრატის ფართობების ჯამი ტოლია:

$$S(r)=\pi r^2+\left(\frac{a-2\pi r}{4}\right)^2=\left(\pi+\frac{\pi^2}{4}\right)r^2-\frac{\pi a r}{4}+\frac{a^2}{16}.$$

აღნიშნული ფუნქცია უმცირეს მნიშვნელობას იღებს $r_0=\dfrac{\frac{\pi a}{4}}{2\left(\pi+\frac{\pi^2}{4}\right)}=\dfrac{a}{2(4+\pi)}$.

შესაბამისი წრეწირის სიგრძე ტოლია $2\pi r_0=\frac{\pi a}{4+\pi}$, რაც ცხადია ნაკლებია $a$-ზე. ანუ, ეს წრეწირი აკმაყოფილებს ამოცანის პირობას. $\frac{\pi a}{4+\pi}:a=\frac{\pi}{4+\pi}$.

**პასუხი:** $\frac{a}{2(4+\pi)}$; $\frac{\pi}{4+\pi}$.

**ამოხსნის ეტაპები**

ა) კვადრატის გვერდი გამოსახა წრეწირის რადიუსის საშუალებით ან წრეწირის რადიუსი გამოსახა კვადრატის გვერდის საშუალებით (მაგ., დაწერა $\frac{a-2\pi r}{4}$ ან $\frac{a-4b}{2\pi}$, სადაც $b$ კვადრატის გვერდის სიგრძეა);

ბ) შეადგინა ფართობების ჯამის ფუნქცია $S(r)=\pi r^2+\left(\frac{a-2\pi r}{4}\right)^2$ ან $S(b)=\pi\left(\frac{a-4b}{2\pi}\right)^2+b^2$;

გ) დაადგინა $r_0=\frac{a}{2(4+\pi)}$;

დ) პასუხი.

**შეფასების სქემა**

1 ქულა: ა;
2 ქულა: ბ;
3 ქულა: ბ, გ;
4 ქულა: ბ, გ, დ.